http://www.devoir.tn Lycée Ali Bourguiba Bembla	**Devoir de Synthèse n°02**		
Durée 3 heures	Mercredi 06 mars 2013	4 ème Sc1	Mr: Chortani Atef

Exercice 1(3 points)

Pour chacune une seul de trois réponse proposées et exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) $\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{1}{x\ln(x)}\mathrm{d}x$ est égal à:

a) $\ln(2)$ b) $-\ln(2)$ c) $\frac{3}{8}$

2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+e^{x})}{x}$ est égal à:

a)0 b)1 c) $+\infty$

3) Une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,-3\}$ par $f(x)=\dfrac{2}{(x+1)(x+3)}$ est :

a) $F(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)$ b) $F(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{\ln(x+3)}$ c) $F(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+3}$

Exercice 2(6 points)

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points S(1,1,2), A(−3,0,0) , B(1,0,−2)et C(−1,1,0).

1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P d'équation :x−2y+2z+3=0.

2) Soit Q l'ensemble des points M de E vérifiant $\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BS}\right).\overrightarrow{SM}=0$.

a)Montrer que Q est un plan dont une équation cartésienne est : x+4y−z−3=0

b) Montrer que P coupe Q suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique.

c)Calculer la distance du point A à la droite Δ.

3)a) Vérifier que SABC est un tétraèdre puis calculer son volume V.

b) Calculer l’aire $\mathscr{A}$ du triangle SAC puis déduire la distance du point B au plan (SAC).

4) Soit Γ l’ensemble des point M(x,y,z) tels que : $x^2+y^2+z^2+7y-2z-9=0$.

a)Montrer que Γ est une sphère dont on précisera le rayon R et les coordonnées de son centre.

b) Montrer que la sphère Γ est circonscrite au tétraèdre SABC.

Montrer que P coupe Γ suivant un cercle que l’on caractérisera.

Exercice 3(5 points)

I)Soit g la fonction définie sur ℝ , par :$g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$ dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g	$+\infty$	$\searrow$	$g(0)$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Calculer g (0)

2) En déduire le signe de g

II)On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

On appelle $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2)a) Montrer pour tout x de ℝ , $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^{2x}}$

b) Dresser le tableau des variations de f.

3) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l’on précisera.

4) a) Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à f au voisinage de $+\infty$.

b) Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à D.

c)Montrer que $\mathscr{C}$admet une branche parabolique que l’on précisera au voisinage de $-\infty$

Exercice 4(6 points)

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = x + x(lnx)^2 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : 4cm).

1)a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = (1 + lnx)^2$.

d) Dresser le tableau de variations de f.

2)a) Ecrire une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 1 .

b) Etudier la position relative de (C) et T.

c) Construire T et (C).

3) Soit la suite $(I_n)_{n\geq 1}$ définie par $I_n = \int_1^e x(Lnx)^n dx$.

a) A l'aide dune intégration par partie Calculer I_1.

b) Montrer que pour tout $n\geq 1$ on a : $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$.

4) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations x=1, x=e et y=0. Calculer A en cm^2.